Գրախոսական

Արուսյակ Արամի Սիսակյանի *„Ուռուցիկ ոչ գծայնությամբ որոշ ինտեգրալ օպերատորների անշարժ կետերի կառուցման հարցեր„* Ա.01.02 „Դիֆերենցիալ հավասարումներ, մաթեմատիկական ֆիզիկա„ մասնագիտությամբ ֆիզիկա-մաթեմատիկական գիտությունների թեկնածուի աստիճանի հայցման ատենախոսության մասին.

Ներկայացվող ատենախոսությունում հետազոտվում են փաթեթի տիպի ոչ գծային հավասարումների նոր դասեր, Ուրիսոնի օպերատորով ինտեգրալ հավասարումներ, ինչպես նաև ստացված արդյունքները կիրառվում են ոչ գծային հավասարումների *համակարգերի* համար:

Ատենախոսությունը բաղկացած է նախաբանից և երեք գլուխներից:

Ատենախոսության *նախաբանում* հիմնավորվում է թեմայի արդիականությունը, տրվում է համառոտ պատմական ակնարկ և ներկայացվում են ատենախոսության հիմնական արդյունքները:

Ատենախոսության *առաջին գլուխը* բաղկացած է 6 պարագրաֆներից և նվիրված է Ուրիսոնի և Համմերշտեյնի օպերատորներով հավասարումների ոչ տրիվիալ և սահմանափակ լուծումների ուսումնասիրությանը: Նախ դիտարկվում է Ուրիսոնյան տիպի հետևյալ ինտեգրալային հավասարումը

$$f(x) = \int_0^\infty U\big(x,t,f(t)\big)dt, \qquad x \in \mathbb{R}^+ := [0,+\infty), \qquad (0.1)$$

որտեղ Ուրիսոնի $U(x,t,z)$ կորիզը որոշված է $\mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}$ բազմության վրա, ընդունում է իրական արժեքներ և բավարարում է "կրիտիկական" լինելու $U(x,t,0) \equiv 0$ պայմանին: Նշենք, որ (0.1) հավասարման բազմաթիվ մասնավոր դեպքերը նկարագրում են ժամանակակից բնագիտության մի շարք խնդիրներ:

Դիցուք $K(t)$-ն որոշված է $\mathbb{R}$-ում և բավարարում է հետևյալ լրացուցիչ պայմաններին

$$K \in L_1(\mathbb{R}) \cap L_\infty(\mathbb{R}), \int_{-\infty}^{\infty} |\tau|^j K(\tau)d\tau < +\infty, j = 1,2, \;\; K(-x) = K(x), x \geq 0,$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} K(\tau)d\tau = 1, K(\tau) \downarrow \text{ ըստ } \tau\text{-ի } \mathbb{R}^+ \text{ ում}, \; K(x) \geq 0, x \in \mathbb{R}.$$

Դիցուք $\lambda(x)$ ֆունկցիան որոշված է $\mathbb{R}^+$-ում, $x^j\big(1-\lambda(x)\big) \in L_1(\mathbb{R}^+)$, $j = 0,1$, $\lambda(x) \uparrow$ ըստ x-ի $\mathbb{R}^+$-ի վրա:

§1.1-ում ձևակերպվում է (0.1) հավասարման համար Գլուխ 1-ի առաջին մասի հիմնական արդյունքը՝ Թեորեմ 1.1-ը, որի ապացույցը տրվում է §1.2 -ում:

Թեորեմ 1.1 *Դիցուք գոյություն ունեն* $\xi > 0$ *և* $\alpha \in (0,1)$ *թվեր, այնպես որ*

1. $U(x,t,z) \geq \lambda(x)\big(K(x-t) - K(x+t)\big)z^{\alpha}\xi^{1-\alpha}, \ \forall\, (x,t,z) \in \mathbb{R}^{+} \times \mathbb{R}^{+} \times [0,] := \Omega_{\xi}$,
2. *կամայական ֆիքսած* $(x,t) \in \mathbb{R}^{+} \times \mathbb{R}^{+}$ *համար* $U(x,t,z) \uparrow$ *ըստ* z*-ի* $[0,\xi]$-ում,
3. $\int_0^{\infty} U(x,t,\xi)\,dt \leq \xi, \ \forall\, x \in \mathbb{R}^{+}$,
4. $U(x,t,z)$ *ֆունկցիան բավարարում է Կարաթեոդորի պայմանին ըստ* z *արգումենտի* Ω_{ξ} *բազմության վրա, այսինքն կամայական ֆիքսած* $z \in [0,\xi]$ *համար* $U(x,t,z)$*-ն չափելի է ըստ* $(x,t) \in \mathbb{R}^{+} \times \mathbb{R}^{+}$ *և համարյա բոլոր* $(x,t) \in \mathbb{R}^{+} \times \mathbb{R}^{+}$ *համար անընդհատ է ըստ* z*-ի* $[0,\xi]$*-ում,*
5. *կամայական չափելի* $\varphi(t)$ *ֆունկցիայի համար,* $0 \leq \varphi(t) \leq \xi, t \in \mathbb{R}^{+}$, *հետևյալ ֆունկցիան* $\int_0^{\infty} U(x,t,\varphi(t))\,dt$ *չափելի է ըստ* x*-ի* $\mathbb{R}^{+}$*-ում:*

   Այդ դեպքում (0.1) *հավասարումը կունենա ոչ բացասական և ոչ տրիվիալ լուծում* $f(x), 0 \leq f(x) \leq \xi, \ x \in \mathbb{R}^{+}, \ \lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \xi$:

§1.3-ում բերվում են Ուրիսոնյան կորիզների օրինակներ, որոնց համար բավարարվում են Թեորեմ 1.1-ի բոլոր պայմանները:

Առաջին գլխի երկրորդ մասում՝ §1.4-ում հետազոտվում է հետևյալ աստիճա-նային ոչ գծայնությամբ ինտեգրալային հավասարման

$$f^{p}(x) = \int_{-\infty}^{\infty} K(x,t)f(t),dt, \qquad x \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}$$

լուծելիության հարցը, որտեղ $p > 2$ թիվը կենտ է, իսկ $K(x,t)$ կորիզը ունի հետևյալ տեսքը.

$$K_0(x,t) = \int_a^b \alpha(x,s)e^{-\alpha(x,s)|x-t|}d\sigma(s), \ \ (x,t) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R},$$

իսկ $\sigma(s)$ –ը մոնոտոն չնվազող ֆունկցիա է $[a,b]$-ում և $\int_a^b d\sigma(s) = \frac{1}{2}$:

§1.5-ը նվիրված է Վոլտերայի հավասարման հետազոտմանը:

§1.6-ում դիտարկվում է (1.40) հավասարման լուծելիության հարցը:

Ատենախոսության երկրորդ գլխում դիտարկվում է մի եզրային խնդիր աստիճանային ոչ գծայնությամբ սինգուլյար ինտեգրալ հավասարումների հետևյալ

համակարգի համար ℝ-ում, ըստ չափելի և կենտ որոնելի
$F(x) = (F_1(x), F_2(x), \dots, F_N(x))^T$ ֆունկցիայի, $i = 1,2, \dots, N$

$$F_i'^{n}(x) = (\mu_i(x) - 1)F_i^n(x) + \sum_{j=1}^{N} \int_{-\infty}^{\infty} (K_{ij}(x - t)F_j(t)dt: \quad (1)$$

Ենթադրվում է, որ m-ը և n-ը կենտ են և $m > 2n$,

$$\mu_i(0) = +\infty, \mu_i(x) \geq 1, x \in \mathbb{R}, \lim_{x \to +\infty} \mu_i(x) = 1, i = 1,2, \dots, N, \quad (2)$$

$$\mu_i(-x) = \mu_i(x), x \in \mathbb{R}^+, \mu_i - 1 \in L_1(\mathbb{R}^+) \cap L_1(\mathbb{R}^+), \quad (3)$$

$$K_{ij}(x) > 0, K_{ij}(-x) = K_{ij}(x), x \in \mathbb{R}, K_{ij} \downarrow \text{ըստ } x\text{-ի } x \in [0, +\infty), \quad (4)$$

$$K_{ij} \in L_1(\mathbb{R}) \cap C_M(\mathbb{R}), i, j = 1,2, \cdots N, \quad (5)$$

$$a_{ij} \equiv \int_{-\infty}^{\infty} K_{ij}(t)dt, \quad A = (a_{ij})_{i,j=1}^{N \times N}, r(A) = 1, \quad (6)$$

$$v_{ij} \equiv \int_{-\infty}^{\infty} |x| K_{ij}(x)dx < +\infty, \quad (7)$$

որտեղ $C_M(\mathbb{R})$-ը անընդհատ և սահմանափակ ֆունկցիաների տարածությունն է ℝ-ում, իսկ $r(A)$-ն A մատրիցի սպեկտրալ շառավիղն է:

Թեորեմ 2.1 *Դիցուք* $\{K_{ij}\}_{i,j=1}^{N \times N}$ *կորիզները բավարարում են* (4), (5), (6) *պայմաններին: Այդ դեպքում ցանկացած կենտ* $m > 2$ *թվի համար* (1) *համակարգը կունենա ոչբացասական (ոչ տրիվիալ) անընդհատ չնվազող և սահմանափակ լուծում* $[0, +\infty)$ *– ում: Ավելին, այդ լուծումը բավարարում է հետևյալ կրկնակի անհավասարմանը*

$$\tilde{\varphi}_i(x) \leq \psi_i(x) \leq \eta_i^*(x), x \in \mathbb{R}^+, i = 1,2, \dots, N:$$

Այնուհետև §2.2-ում կիսաառանցքի վրա հետազոտվում է մի օժանդակ ոչ գծային հավասարումների համակարգ:

Երրորդ գլխում հետազոտվում է հետևյալ անվերջ հանրահաշվական համակարգի լուծելիության հարցը ուռուցիկ և մոնոտոն ոչ գծայնությամբ

$$Q(x_n) = \sum_{j=0}^{\infty} (a_{n-j} - a_{n+j}) \lambda_j x_j, n \in \mathbb{Z}^+ := \mathbb{N} \cup \{0\}$$

ըստ որոնելի անվերջ վեկտորի $x = (x_0, x_1, \dots, x_n, \dots)^T$ դրական կոորդինատներով:

Ատենախոսությունը գրված է բարձր գիտական մակարդակով: Սեղմագիրը համապատասխանում է ատենախոսությանը:

Նշենք նաև հետևյալ ընդհանուր բնույթի դիտողությունները.

1. Հետազոտված չեն լուծման միակության հարցեր երկրորդ գլխի հիմնական ինտեգրալ հավասարումների համակարգի համար,
2. Մանրամասն բացատրված չէ հետաքրքիր (3.24) գնահատականի ստացումը, որտեղից բխում է

$$\sum_{n=0}^{\infty} |\eta - x_n|$$

շարքի զուգամիտությունը:

Նշենք, որ նշված դիտողությունները չեն կարող անդրադառնալ ատենախոսության ընդհանուր գնահատականի վրա, որը իմ կարծիքով հանդիսանում է էական ներդրում ոչ գծային դիֆերենցիալ հավասարումների տեսության մեջ:

Գտնում եմ, որ աշխատանքը բավարարում է ԲՈՀ-ի կողմից թեկնածուական ատենախոսություններին ներկայացվող պահանջներին, իսկ *Արուսյակ Արամի Միսակյանը* արժանի է ֆիզիկա-մաթեմատիկական գիտությունների թեկնածուի գիտական աստիճանի շնորհմանը Ա.01.02 „Դիֆերենցիալ հավասարումներ, մաթեմատիկական ֆիզիկա„ մասնագիտությամբ:

Ֆիզիկա-մաթեմատիկական գիտությունների դոկտոր,
ԵՊՀ մաթեմատիկայի և մեխանիկայի ֆակուլտետի
դիֆերենցիալ հավասարումների ամբիոնի դոցենտ Լ.Պ. Տեփոյան

24.02.2022

Լ.Պ. Տեփոյանի ստորագրությունը հաստատում եմ

ԵՊՀ գիտական քարտուղար Լ. Հովսեփյան